基于关键路径串行再生系统的参数优化*

李勇建 涂菶生
南开大学信息技术科学学院自动化系，天津 300071

摘要 对串行排队系统，在一定条件下构造其再生轨迹，基于关键路径研究了系统参数的优化问题．在一个再生周期内，用有限长度的观测值估计性能指标对可调参数的梯度，得到了串行排队系统参数优化的新算法，该算法仿真次数少，易于实现，避免了扰动传播的繁琐分析．

关键词 离散事件动态系统 关键路径 扰动分析 再生性 随机优化

对随机离散事件动态系统进行分析和优化时，单靠分析的方法比较困难，通常需要借助于仿真方法．近年发展起来的扰动分析方法，基于一条样本路径来估计性能指标 $J(\theta)$ 对可控参数 θ 的梯度 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$，目前已有较成熟的理论[1,2]．关键路径[3,4]的提出，使扰动分析方法更简单、实用，省去了扰动传播规则的分析．将扰动分析方法与随机逼近算法相结合，得到了基于扰动分析的系统参数优化算法(PARMSR 算法)[2]，用有限长度的观测值(如 L 个顾客)来估计 $J(\theta)$ 的极值点 θ^* ($\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 的零点)，使系统性能指标 $J(\theta)$ 达到最优．

固定长度的 PARMSR 算法有较快的收敛速度[2,5]．然而上述计算过程中有两个问题需要解决：一是如何确定观测值的有限长度 L，二是如何更好地利用扰动分析方法来有效地估计 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$．关键路径的引入虽使扰动分析方法在计算 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 时更有效，但是在 L 很大时，在某些情况下关键路径的数目也可能很大，此时记录关键路径的梯度是很困难的，因此面临着 L 的估计问题．

本文对具有有限缓冲区的串行排队网络，首先构造系统的再生序列，探讨了系统关键路径的再生性，并利用一个再生周期内的顾客数作为 L 值，通过关键路径计算性能函数的梯度 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$，然后利用 PARMSR 算法迭代计算 $J(\theta)$ 的极值点 θ^*，最后给出优化算法．

1 串行排队系统的再生过程构造

考察由 S 个服务台组成的串行排队系统，依次记这 S 个服务台为 $M_1, M_2, \cdots, M_S$，服务台 M_i, M_{i+1} 间有一容量为 b_i 的缓冲区 B_i，$i=1,\cdots,S-1$，如图 1 所示．到达系统的第 k 个顾

2000-11-06 收稿，2001-01-15 收修改稿
* 国家攀登计划基金(项目号：970211017)和国家自然科学基金(批准号：69674013)资助

客 C_k 在 M_i 上的服务时间记为 $P_i[k,\theta]$，$1 \leqslant i \leqslant S, k \geqslant 1, \theta$ 是可调控制参数．为书写方便，以下记 $P_i[k,\theta]$ 为 $P_i[k]$．设顾客 C_k 进入系统，即到达服务台 M_1 的时间为 T_k，顾客 C_k 与 C_{k+1} 的到达时间间隔为 $A_k, A_k = T_{k+1} - T_k$ 且 $\{A_k, k \geqslant 1\}$ 是 iid(Independent Identical Distribution)序列，服从 $F_a(x)$分布，$EA_k \triangleq \dfrac{1}{\lambda}$．当 i 固定时，$\{P_i[k], k \geqslant 1\}$ 是 iid 序列，服从分布 $G^{(i)}(x)$，密度函数为 $g^{(i)}(x)$．$EP_i[k] \triangleq \dfrac{1}{u_i(\theta)} < \infty$，当 i 变化时，$\{P_i[k], k \geqslant 1\}$ 彼此独立，且与 $\{A_k, k \geqslant 1\}$ 独立．设 C_1 到达时，整个系统为空，我们给出再生的定义如下．

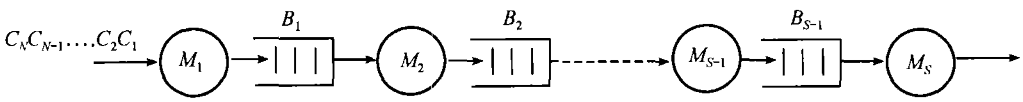

图 1　具有缓冲区的串行排除系统

定义 1　设 $\{N_K\}$ 是有限 iid 整数序列，$\{X_n, n \geqslant 1\}$ 是一随机过程．如果存在一个更新过程 $\tau_k = N_1 + \cdots + N_k, k \in \mathbb{N}^+, N^+ \triangleq \{1,2\cdots\}$，使得过程 $\{X_{\tau_k + n}, n \in \mathbb{N}^+\}$ 独立于 $\{x_n, n \leqslant \tau_k\}$，且其分布独立于 k，则我们称随机过程 $\{X_n\}$ 是再生过程，τ_k 为再生点(也称为停时)，N_k 为再生周期．

记 C_n 离开服务台 M_i 的时间为 $X_i(n,\theta), 1 \leqslant i \leqslant S, \forall n \geqslant 1$，再记 $X_n^0 = \sum_{i=1}^{n} A_i, D_n(\theta) = X_S(n,\theta) - X_n^0$,，则 $D_n(\theta)$表示 C_n 的系统逗留时间．文献[6]表明，若 $\forall 1 \leqslant i \leqslant S, \lambda \leqslant u_i(\theta)$，则 $\{D_n(\theta), n \geqslant 1\}$ 经有限步后即进入平稳状态，且极限 $D(\theta) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} D_i(\theta)$ 存在．若系统出现无穷次空，系统就是再生的．文献[7]给出了系统无限次空的充分条件．对大多数系统，这种条件是不满足的．所以我们需要重新构造再生点，使之适应于更广泛的一大类串行系统．

令 $\boldsymbol{P}_n = (p_1[n], p_2[n], \wedge, p_S[n])$，$\boldsymbol{W}_n = (w_1[n], w_2[n], \wedge, w_S[n])$，$\boldsymbol{Y}_n \triangleq (T_n - T_{n-1}, \boldsymbol{P}_n, \boldsymbol{W}_n)$，其中 $w_i[n]$为顾客 C_n(在 T_n 时刻到达)在服务台 M_i 的等待时间．

定义随机序列为 $\{\sigma^{(l)}\}$ 为 $\sigma^{(1)} = \begin{cases} 0, & l = 0. \\ \inf\{l > \sigma^{(l-1)} : \boldsymbol{W}_n = 0\}, & l = 1,2\cdots \end{cases}$

易知，当服务台个数 $S \geqslant 2$ 时，过程 $\sigma^{(l)}$ 并不是一个更新过程，不能构成系统的再生点．文献[7]构造并证明了 $\{\sigma^{(l)}\}$ 的子列为一更新过程，从而可以构成系统的再生点．

对任意 $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \cdots, a_S) = \overbrace{(0,+\infty) \times (0,+\infty) \times \cdots \times (0,+\infty)}^{S}$，令 $\boldsymbol{a}' = (a_1, a_2, \cdots, a_{s-1})$ 以及 $\boldsymbol{a}^* = (a_1, a_1 + a_2, \cdots, a_1 + \cdots + a_s)$，以如下方式定义随机时间序列 $\{\tau_a^{(l)}\}$．

$$\tau_a^{(l)} = \begin{cases} 0, & l = 0 \\ \inf\{n > \tau_a^{(l-1)} : (\boldsymbol{W}_{n-1} + \boldsymbol{P}_{n-1})^* \leqslant \boldsymbol{a}^*, (T_n - T_{n-1}, \boldsymbol{P}_n) \geqslant \boldsymbol{a}\}, & l = 1,2,\cdots \end{cases} \tag{1}$$

则对任意 $l, \tau_a^{(l)}$ 是马氏链 $\{\boldsymbol{Y}_n\}$ 的停时，且对 $n = \tau_a^{(l)}$，存在

$$(\boldsymbol{W}_{n-1} + \boldsymbol{P}_{n-1})^* \leqslant (T_n - T_{n-1}, \boldsymbol{P}'_n)^*. \tag{2}$$

在这种情况下，对 $\tau_a^{(1)} < \infty$，有

$$W_{\tau_a^{(l)}} = 0. \tag{3}$$

引理1[7] 令 $\boldsymbol{a}\in\mathbb{R}_+^S$，满足 $\gamma_a \triangleq F(a^{(1)},\infty) \quad G^{(1)}(a^{(2)},\infty)\cdots G^{(s-1)}(a^{(s)},\infty)>0$ 且 $\boldsymbol{a}^*>\boldsymbol{g}^*$，其中 $g=\{g^{(1)},g^{(2)},\cdots,g^{(S)}\}$，则$(\tau_a^{(l)},l=1,2\cdots)$是一个更新过程，马氏链$(\boldsymbol{Y}_n;n=0,1\cdots)$关于$(\tau_a^{(l)})$是再生的，且随机变量 $\boldsymbol{Y}_{\tau_a^{(l)}}$服从分布

$$\boldsymbol{\nu}_a = F_{a^{(1)}} \otimes G_{a^{(2)}}^{(1)} \otimes \cdots \otimes G_{a^{(s)}}^{(S-1)} \otimes G^{(S)} \otimes \varepsilon_0. \tag{4}$$

对我们讨论的具有有限存储器的串行生产线，为了避免由于某个服务台前存储器满引起阻塞而产生系统阻塞，应要系统满足如下条件

$$\frac{T_n - T_{n-1}}{g^{(i)}} + b_{i-1} \geqslant_{\mathrm{st}} \frac{T_n - T_{n-1}}{g^{(i-1)}}, \tag{5}$$

其中$\geqslant_{\mathrm{st}}$为随机序定义．由于 $T_n - T_{n-1}$与 $T_1 - T_0 = T_1$ 独立同分布，则写成向量形式，有$[g^{(0)},\boldsymbol{g}'] \geqslant_{\mathrm{st}} g + T_1[\bar{b}^{(0)},\bar{\boldsymbol{b}}]$，此处 $\bar{b}=(b_1^{-1},b_2^{-1},\cdots,b_{m-1}^{-1})$，$\bar{b}^{(0)}$为一任意给定常数，$g^{(0)}$为满足 $g^{(0)}\geqslant_{\mathrm{st}} g(1)+T_1\bar{b}^{(0)}$的随机变量．

(5)式保证了一个再生周期内服务台 M_i 所服务的顾客数与存储器 B_{i-1}的存储容量之和随机大于该再生周期内服务台 M_{i-1}所服务的顾客数，从而使得系统不会永久性地发生阻塞．

对具有有限存储器的串行排队系统，可由下述定理来构造再生过程．

定理2 令 $\boldsymbol{a}\in\mathbb{R}_+^S$，$\boldsymbol{\nu}_a$ 如(4)式所示，$\boldsymbol{a}^*>\boldsymbol{g}^*$ 且$[g^{(0)},g']\geqslant_{\mathrm{st}} g + T_1[\bar{b}^{(0)},\bar{\boldsymbol{b}}]$，则$(\tau_a^{(l)},l=1,2\cdots)$是一更新过程，构成再生点．令 $n=\tau_a^{(l)}$，则 $\boldsymbol{X}_n=(X_1[n],X_2[n],\cdots,X_S[n])$为再生过程．

证明： 由串行排队系统的系统特性知，顾客 C_k 离开服务台 M_i 的时间 $X_i[k]$满足

$$\begin{cases} X_1[k] = X_1[k-1] + P_1[k], \\ X_i[k] = \max(X_{i-1}[k],\ X_i[k-1]) + P_i[k]. \end{cases} \tag{6}$$

首先，由(1)式知，对$\forall\, l\geqslant 0$，$\tau_a^{(l+1)}-\tau_a^{(1)}$ 只与 $k\geqslant\tau_a^{(l)}$ 的顾客 C_k 的等待时间与服务时间有关．因此，$(\tau_a^{(l)},l=1,2\cdots)$为更新过程，可以作为系统的再生点．

在 $k=\tau_a^{(1)}$ 时，由(3)式，$\boldsymbol{W}_{\tau_a^{(l)}}=0$，所以 $X_i[k]=P_i[k]+K_{i-1}[k]$．

而 $k>\tau_a^{(l)}$ 时，$X_i[k]=\max(X_i[k],X_i[k-1])+P_i[k]$，只与 $k\geqslant\tau_a^{(l)}$ 时的 $X_i[k]$有关，与 $k<\tau_a^{(l)}$ 的 $X_i[k]$无关．且由于 $\boldsymbol{W}_{\tau_a^{(l)}}=0$，可以把 $C_{\tau_a^{(l)}}$看作 C_1 来处理，与 l 无关，则由定义1知$\{\boldsymbol{X}_n\}$构成一再生过程，$\tau_a^{(l)}$ 是再生点．

注1 在系统的传输密度小于1，即$\int tF(\mathrm{d}t) > \max\limits_i \int tG_i(\mathrm{d}t)$ 条件下，总存在 $\boldsymbol{a}$ 满足(4)及 $\boldsymbol{a}^*>\boldsymbol{g}^*$，例如，选择充分小 $\varepsilon>0$，使 $f-\varepsilon>\max g(i)$，然后令 $\boldsymbol{a}=(f-\varepsilon,\boldsymbol{g}')$．

注2 由于$(\boldsymbol{W}_{n-1}+\boldsymbol{P}_{n-1})^*=(W_1[n-1]+P_1[n-1],W_1[n-1]+P_1[n-1]+W_2[n-1]+P_2[n-1],\cdots)$，而 $W_1[n-1]+P_1[n-1]=X_1[n-1]$，$W_1[n-1]+P_1[n-1]+W_2[n-1]+P_2[n-1]=X_2[n-1],\cdots,W_1[n-1]+P_1[n-1]+\cdots+W_i[n-1]+P_i[n-1]=X_i[n-1]$,，所以(1)式等价为

$$\tau_a^{(1)} = \inf\{n > \tau_a^{(l-1)} : X[n-1] \leqslant \boldsymbol{a}^*, (T_n - T_{n-1}, \boldsymbol{P}'_n) \geqslant \boldsymbol{a}\}. \tag{7}$$

2 串行排队系统的关键路径及其稳态性

对图1所示的串行排队系统，考虑事件的连接，记 $O_{i,k}$ 为顾客 C_k 在服务台 M_i 上接受服务这一事件，设 $S(O_{i,k})$，$F(O_{i,k})$，$m(O_{i,k})$ 分别表示事件 $O_{i,k}$ 的开始时间、结束时间和服务时间．若 $X_i[k] > F(O_{i,k})$，那么 $O_{i,k}$ 有阻塞，此时事件 $O_{i,k}$ 的拟同时事件为 $O_{i+1,k-b_i}$，$O_{i+2,k-b_i-b_{i+1}}$，…，$O_{i+l(i,k),k-b_i-\cdots-b_{i+l(i,k)-1}}$，其中 $l(i,k)=\min\{n-i,\arg\min\{j\mid k\leqslant b_i+\cdots+b_{i+j-1}\}\}$．称 $O_{i-1,k}$ 及其拟同时事件为 $O_{i,k}$ 的紧连事件．若 $O_{i',k'}$ 是 $O_{i,k}$ 的紧连事件，且 $S(O_{i,k})=F(O_{i',k'})=X_{i'}[k']$，则称 $O_{i',k'}$ 是 $O_{i,k}$ 的真紧连事件，记作 $O_{i',k'}<O_{i,k}$．那么有 $O_{i'',k''}<O_{i',k'}$，$O_{i',k'}<O_{i,k}\Rightarrow O_{i'',k''}<O_{i,k}$，从而"<"定义了事件集上的一个偏序关系．

对任意两个事件 $O_{i',k'}$ 和 $O_{i,k}$，若存在事件 $O_1,O_2,\cdots,O_l$ 满足 $O_1=O_{i',k'}$，$O_l=O_{i,k}$，$O_{r-1}<O_r(r=2,\cdots,l)$，则称 $w(i',k';i,k)=O_1,O_2\cdots O_\tau$ 为从事件 $O_{i',k'}$ 到 $O_{i,k}$ 的一条路径．如果 O_{r-1} 是 O_r 的真紧连事件，则 $w(i',k';i,k)$ 是从事件 $O_{i',k'}$ 到 $O_{i,k}$ 的一条关键路径，记为 $w^*(i',k';i,k)$．记 $m(w)$ 为路径 w 上事件服务时间之和，则 $m(w^*)=\sum_{r=1}^{l}m(O_r)$，设 $C(i',k';i,k)$ 为从事件 $O_{i',k'}$ 到 $O_{i,k}$ 的关键路径全体，$A(i',k';i,k)$ 为 $O_{i',k'}$ 到 $O_{i,k}$ 的路径全体．

引理3[3]　若 $w^*(i',k';i,k)\in\mathbb{C}(i',k',i,k)$，那么 $\mathrm{m}(\mathrm{w}^*(\mathrm{i}',\mathrm{k}';\mathrm{i},\mathrm{k}))=max\{\mathrm{m}(\mathrm{w})\mid\mathrm{w}\in\mathrm{A}(\mathrm{i}',\mathrm{k}';\mathrm{i},\mathrm{k})\}$．

记系统对顾客的平均服务时间为系统的性能指标，则 $J(\theta)=\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{X_S[N,\theta]}{N}$．由文献[4]知 $\mathrm{X_S[N,\theta]=m(w^*(1,1;S,N))}$，所以 $\mathrm{J}(\theta)=\lim\limits_{\mathrm{N}\to\infty}\dfrac{1}{\mathrm{N}}\mathrm{m(w^*(1,1;S,N))}$．

在N很大时，$\mathrm{w^*(1,1;S,N)}$ 的计算工作量是很大的，为了克服这一困难，我们引入上节所描述的再生过程．

由定理2，知存在无穷递增数列 $\tau_a^{(k)}\to\infty$，$(k\to\infty)$．令 $n=\tau_a^{(k)}$，使 $\{X_n\}$ 为再生过程，使得顾客 C_n 没有堵塞，即 $\begin{cases}X_1[n]=X_1[n-1]+p_1[n]\\X_i[n]=X_{i-1}[n-1]+p_i[n-1],i=2\wedge S.\end{cases}$

因此在计算 $J(\theta)$ 的稳态值时，只需仿真到 $\tau_a^{(1)}$ 个顾客．由文献[4]和文献[8]的结论，可以证明有下面定理成立．

定理4　若 $E\tau_a^{(1)}<\infty$，则 $J(\theta)=\dfrac{1}{E\tau_a^{(1)}}E(m(w^*(1,1;S,\tau_a^{(1)})))$．

为了提高 $J(\theta)$ 的估计精度，可仿真到 $\tau_a^{(p)}$ 次，对第 i 次仿真得

$$J_i(\theta)=\frac{1}{E\tau_a^{(i)}}Em(w^*(1,1;S,\tau_a^{(i)})),i=1,2\cdots p,\text{则 } J(\theta)=\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}J_i(\theta).$$

3 串行再生系统的参数优化方法

对具有再生特性的串行排队系统，文献[9]基于Hasse图利用动态规划原理给出了关键路径的计算算法．基于该算法，我们来探讨串行再生系统的参数优化方法．

首先要确定仿真顾客数量 $k=\tau_a^{(1)}$，$\tau_a^{(1)}$，为系统的第一个再生点．由(7)式知

$$\tau_a^{(1)} = \inf\{n > 0 : \boldsymbol{X}[n-1] \leqslant \boldsymbol{a}^*, (T_n - T_{n-1}, \boldsymbol{P'}_n) \geqslant \boldsymbol{a}\}. \tag{8}$$

因此要计算 $\tau_a^{(1)}$,需确定 $\boldsymbol{a}$ 的大小,根据注 1,可以选择一个充分小的 $\epsilon > 0$,并使它满足 $f - \epsilon > \max g(i)$,然后令 $\boldsymbol{a} = (f - \epsilon, \boldsymbol{g}')$.

计算出关键路径,就可以通过文献[3]的方法进行扰动分析,计算出 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$,由 $\theta_{n+1} = \theta_n + c_n \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$,估计 $J(\theta)$ 的极值点 θ^*.

当目标函数已知时,迭代步长 c_n 的选取通常是沿 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 用直线搜索的方法寻找出最佳步长 c_n,即 $c_n = \arg\min\limits_{c} \left\{ J\left(\theta + c \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta} \right) \right\}$. 在我们的问题中,$w^*(1,1,S,\tau_a^{(k)})$ 没有解析式,只能用仿真的方法来估计它,对此 Ho 等提出的序优方法[10]可以得到很好的应用. 基本方法是在$[0,c]$(c 是一常数)之间均匀地选取 m 个数 $c_i = \frac{i}{m}c, i = 1,2,\cdots,m$,然后得到 m 个点 $\theta + c_i \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}, i = 1,2\cdots m$,用序优方法在这 m 个点中找到一个"足够好"的点,用相应的 c_i 作为迭代系数,从而实现一次迭代.

由以上讨论,得出参数优化的算法如下. 已知顾客到达的分布密度函数 f,各服务台的随机服务时间密度函数 $\boldsymbol{g}$ 及存储空间大小向量 $\boldsymbol{b}$ 以及误差常数 ϵ.

Step 1 选取初始点 $\theta_0, \mathrm{k} = 1, \delta > 0$ 及满足 $\epsilon < f - \max g(i)$ 的 $\boldsymbol{a} = (f - \epsilon, \boldsymbol{g}')$, $\tau_0^{(0)} = 0$.

Step 2 计算 $\tau_a^{(k)} = \inf\{n > 0 : \boldsymbol{X}[n-1] \leqslant \boldsymbol{a}^*, (T_n - T_{n-1}, \boldsymbol{P'}_n) \geqslant 0\}$,得仿真顾客数 $\tau_a^{(k)}$.

Step 3 仿真到 $\tau_a^{(k)}$ 个顾客,计算关键路径 $w^*(1, \tau_a^{(k-1)}, m, \tau_a^{(k)})$.

Step 4 采用文献[3]的扰动分析方法计算 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$.

Step 5 均匀地选取$[0,c]$之间的 m 个数 $c_1, c_2, \cdots, c_m$,用序优方法从 $\theta_k + c_i \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 选取下一步迭代点.

Step 6 $\theta_{k+1} \leftarrow \theta_k + c_k \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}, k \leftarrow k + 1$.

Step 7 若 $\| \theta_{k+1} - \theta_k \| \leqslant \epsilon$,结束,否则转 Step 2.

4 结论

本文探讨了具有存储器的串行排队系统的再生性,构造了再生过程,把系统性能指标稳态值的计算问题转化成仿真有限个顾客的问题来解决,并应用该结果于参数优化,给出了算法. 通过有限的仿真来近似求取系统性能指标的稳态值,把一个大规模的仿真转化成有限个小规模的仿真来实现. 再生性,关键路径与序优方法的研究都是为了进一步减少仿真次数,同时提高仿真效率. 3 者相互结合的仿真方法的研究在改善仿真性能方面必定会起到很大的作用. 进一步研究的问题是算法的复杂度及其改进.

参 考 文 献

1 Ho Y C, et al. Perturbation Analysis of Discrete Event Dynamic Systems. Boston: Kluwer Academic Pub, 1991

2 Suri R, et al. Perturbation analysis gives strongly consistent sensitivity estimates for the M/G/1 queue. Management Sci, 1988, 34: 39
3 涂菶生. 离散事件动态系统的关键路径与扰动分析. 系统科学与数学, 1996, 16: 318
4 涂菶生, 等. 关键路径与随机串行生产线的灵敏度分析. 自动化学报, 1999,25(2): 264
5 唐乾玉, 等. 串行生产线的参数优化. 自动化学报, 1996, 22(5): 520
6 Edwin K P, et al. Stochastic optimization of regenerative systems using infinitesimal perturbation analysis. IEEE Trans Auto Contr, 1994, 39(7): 1400
7 Nummelin E. Regeneration in tandem queues. Adv Appl Prob, 1981, 13: 221
8 Asmussen S. Applied Probability and Queues. Chichester: Wiley, 1987
9 李勇建, 等. 串行生产线存储单元的序优配置. 见: 中国控制与决策会议论文集, 沈阳: 东北大学出版社, 2000, 443
10 Ho Y C, et al. Ordinal optimization of DEDS. J of Discrete Event Dynamic Systems, 1992, 2(2): 61

作者更正:

《自然科学进展》第 11 卷第 7 期,第 778 页第 22 行中"…导致人恒齿缺失的基因位点定位于…", 应改为"…导致人手指短指并指的基因位点定位于…", 应补充的是: 该基因现已被克隆,发表在近期的《Nature Genetics》上(Vol. 28, No. 4).

江虎军
2001/07/31